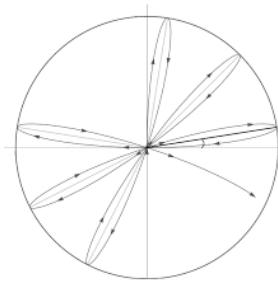


## Силы инерции.

До сих пор вы, как правило, рассматривали движение материальной точки (тела) относительно **инерциальной системы отсчёта (ИСО)**. Однако во многих случаях оказывается удобным решать задачу в **неинерциальной системе отсчёта (НСО)**. В данной задаче вы попробуете разобраться в природе сил инерции.



**!!! Под системой отсчета можно понимать систему базисных векторов !!!**

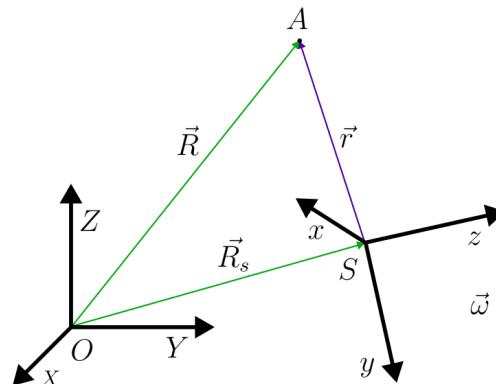
### Часть О. Терминология.

Кратко запишите ответы на следующие вопросы:

- 
- (о.1) Сформулируйте Первый закон Ньютона.
  - (о.2) Сформулируйте Принцип относительности Галилея (Эйнштейна).
  - (о.3) Что такое НСО?
- 

### Часть 1. Ускорения.

Рассмотрим ИСО  $O$  (считаем, что она покоится) и НСО  $S$ , которая движется относительно  $O$  (см. рис.). Мы хотим исследовать движение точки  $A$  в обеих системах отсчета. Система  $S$  вращается (вокруг своего центра) с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ .



- 
- (1.1) Запишите соотношение для  $\vec{r}, \vec{R}, \vec{R}_s$

- (1.2) Получите выражение для скорости  $\vec{v}_A$  точки  $A$  относительно **точки  $S$** .

$$\frac{d\vec{R}}{dt}, \frac{d\vec{R}_s}{dt}$$

Ответ выразите через

$$\vec{r}, \vec{R}, \vec{R}_s$$

- (1.3) Получите выражение для ускорения  $\vec{a}_A$  точки  $A$  относительно **точки  $S$** .

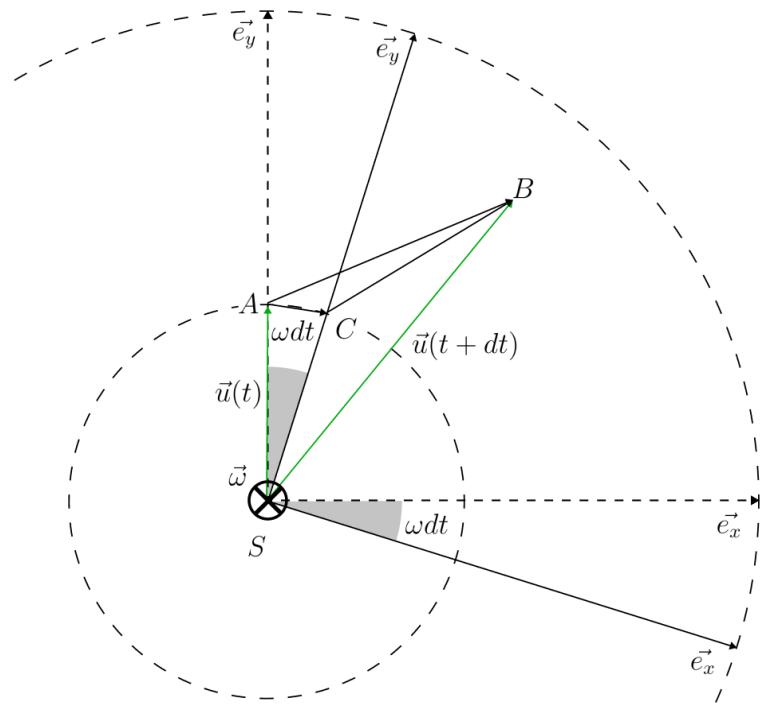
$$\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}, \frac{d^2\vec{R}_s}{dt^2}$$

Ответ выразите через

Понятно, что, т.к. система  $S$  вращается, выражения для скорости и ускорения точки  $A$  относительно **точки  $S$  и системы отсчета  $S$**  будут разными.

Рассмотрим вектор  $\vec{u}$  с началом в точке  $S$ . Будем обозначать его производную относительно **точки  $S$**   
(в системе  $O$ )  $\frac{d\vec{u}}{dt}$ , а в **системе отсчета  $S$**   $\frac{\delta\vec{u}}{\delta t}$ .

Пусть конец вектора  $\vec{u}$  переместился из точки  $A$  в точку  $B$  за время  $dt$  (в системе отсчета  $O$ ). За это время система  $S$  повернулась (см. рис.)



(1.4) Почему  $\frac{d\vec{u}}{dt} \neq \frac{\delta\vec{u}}{\delta t}$ ? Дайте объяснение.

(1.5) Как обозначен отрезок  $\delta\vec{u}$  на рисунке? Ответ - буквенное обозначение отрезка.

(1.6) Получите выражение для отрезка  $AC$ . Ответ выразите через  $\vec{\omega}, \vec{u}, dt$

(1.7) Получите выражение для производной  $\frac{d\vec{u}}{dt}$ . Ответ выразите через  $\frac{\delta\vec{u}}{\delta t}, \vec{\omega}, \vec{u}$ .

Теперь вернемся к ИСО  $O$  и НСО  $S$ .

Очевидные подсказки для дальнейшего решения:

- 1) Радиус вектор можно считать вектором с началом в системе отсчета.
- 2) Скорость можно считать вектором с началом в системе отсчета.
- 3) Используйте результаты предыдущих пунктов.

(1.8) Получите выражение для  $\frac{d\vec{R}}{dt}$ . Ответ выразите через  $\frac{d\vec{R}_s}{dt}, \frac{\delta\vec{r}}{\delta t}, \vec{r}, \vec{\omega}$

(1.9) Получите выражение для  $\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$ . Ответ выразите через  $\frac{d^2\vec{R}_s}{dt^2}, \frac{\delta^2\vec{r}}{\delta t^2}, \vec{r}, \vec{\omega}, \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

## Часть 2. Силы инерции.

Вспоминая Второй закон Ньютона, можно записать:

$$\vec{F} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$$

Из результата Части 1 и Второго закона Ньютона прямо следует переход из ИСО в НСО:

$$\vec{F} - m \frac{d\vec{V}}{dt} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v} - m\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}] - m \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} = m\vec{a}$$

Где  $\vec{a}$  - ускорение точки в НСО.

Кратко запишите ответы на следующие вопросы:

---

(2.1) Что в равенстве выше означает  $\vec{F}$ .

(2.2) Что в равенстве выше означает  $\vec{r}$ .

(2.3) Что в равенстве выше означает  $\vec{v}$ .

(2.4) Что в равенстве выше означает  $\vec{V}$ .

(2.5) Что в равенстве выше означает  $\vec{\omega}$ .

(2.6) Покажите, что  $-m\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}] = \omega^2 \vec{r}_\perp$ , где  $\vec{r}_\perp$  - составляющая радиус-вектора, перпендикулярная вектору  $\vec{\omega}$ .

(2.7) Что такое силы инерции? Какова природа этих сил?

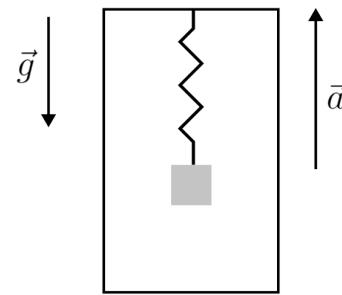
---

- $-m \frac{d\vec{V}}{dt}$  - называется **поступательной** силой инерции.
- $-\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}$  - называется **вращательной** силой инерции.
- $m\omega^2 \vec{r}_\perp$  - называется **центробежной** силой.
- $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$  - называется силой **Кориолиса**.

*Т.е. чтобы решать задачу в НСО, нужно к обычным силам ИСО добавить силы инерции, указанные выше. В подавляющем большинстве случаев из четырех сил инерции остается одна-две.*

### Часть 3.1 Лифт.

Ускоряющийся лифт - отличный пример НСО. Пусть лифт ускоряется с ускорением  $\vec{a}$ . К потолку лифта подвешен груз массой  $m$  с помощью пружины жесткостью  $k$ . Выберем НСО, движущуюся с ускорением  $\vec{a}$  (лифт в ней поконится). Выберем покоящуюся ИСО (лифт в ней движется с ускорением).



(3.1.1) Найдите растяжение пружины. Решайте задачу в ИСО. Ответ выразите через  $m, g, a, k$

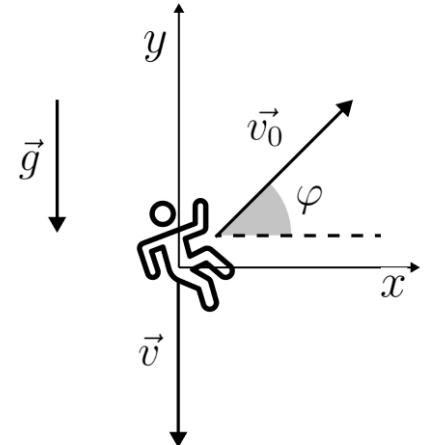
(3.1.2) Какая(-ие) силы появляется(-ются) в НСО. Запишите в ответ название(-я) сил(-ы).

(3.1.3) Найдите растяжение пружины. Решайте задачу в НСО. Ответ выразите через  $m, g, a, k$

(3.1.4) Совпадают ли ответы пунктов (3.1.1) и (3.1.3)?

### Часть 3.2 Свободное падение.

Свободно падающий человек бросает очень легкий камень со скоростью  $\vec{v}_0$  **относительно себя** под углом  $\varphi$  к горизонту. Масса камня  $m$ . (см. рис.) Требуется найти расстояние между камнем и человеком через время  $\tau$ . Скорость человека относительно ИСО в момент броска равна  $\vec{v}$ .



Решаем задачу в ИСО, которую совместим с человеком в начальный момент времени (см. рис.).

(3.2.0) Какие проекции  $u_x, u_y$  скорости будут у человека относительно ИСО в момент броска. Ответ выразите через  $v$

(3.2.1) Какие проекции  $v_x, v_y$  скорости будет у камня относительно ИСО в момент броска. Ответ выразите через  $v, v_0, \varphi$

(3.2.2) Какая сила будет действовать на человека и камень в ИСО? Найдите ускорения человека и камня.

(3.2.3) Найдите координаты человека  $X, Y$  и камня  $x, y$  в момент времени  $\tau$ . Ответ выразите через  $v, v_0, \varphi, \tau$

(3.2.4) Найдите расстояние между камнем и человеком через время  $\tau$ . Ответ выразите через  $v_o, \tau$ .

---

Решаем задачу в НСО, которую совместим с человеком.

---

(3.2.5) С каким ускорением движется НСО? Какие силы инерции проявляются? Какова траектория камня в этой НСО?

(3.2.6) Найдите расстояние между камнем и человеком через время  $\tau$ . Ответ выразите через  $v_o, \tau$ .

---

### Часть 3.3 Вращение.

На тонкой невесомой нити длиной  $l$  закреплен шарик массой  $m$ . Вся система вращается с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ . Решаем задачу в НСО, вращающуюся с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ .

---

(3.3.1) Какая(-ие) силы появляется(-ются) в НСО.  
Запишите в ответ название(-я) сил(-ы). Покоится ли в данной НСО шарик?

(3.3.2) Найдите равновесный угол  $\varphi$ . Ответ выразите через  $l, \omega, g, m$ .

---

Математические подсказки:

$$\vec{a} \times [\vec{b} \times \vec{c}] = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_\perp + \vec{r}_\parallel$$

