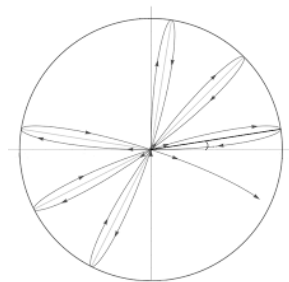


Силы инерции.

До сих пор вы, как правило, рассматривали движение материальной точки (тела) относительно **инерциальной системы отсчёта (ИСО)**. Однако во многих случаях оказывается удобным решать задачу в **неинерциальной системе отсчёта (НСО)**. В данной задаче вы попытаетесь разобраться в природе сил инерции.



!!! Под системой отсчета можно понимать систему базисных векторов !!!

Часть 0. Терминология.

Кратко запишите ответы на следующие вопросы:

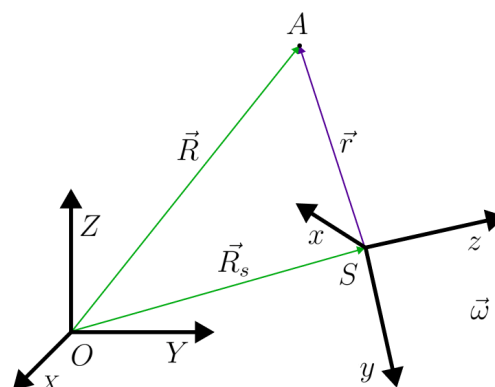
(0.1) Сформулируйте Первый закон Ньютона.

(0.2) Сформулируйте Принцип относительности Галилея (Эйнштейна).

(0.3) Что такое НСО?

Часть 1. Ускорения.

Рассмотрим ИСО O (считаем, что она покоится) и НСО S , которая движется относительно O (см. рис.). Мы хотим исследовать движение точки A в обеих системах отсчета. Система S вращается (вокруг своего центра) с угловой скоростью $\vec{\omega}$.



(1.1) Запишите соотношение для \vec{r} , \vec{R} , \vec{R}_s

(1.2) Получите выражение для скорости v_A точки A относительно **точки** S .

Ответ выразите через $\frac{d\vec{R}}{dt}$, $\frac{d\vec{R}_s}{dt}$

(1.3) Получите выражение для ускорения a_A точки A относительно **точки** S .

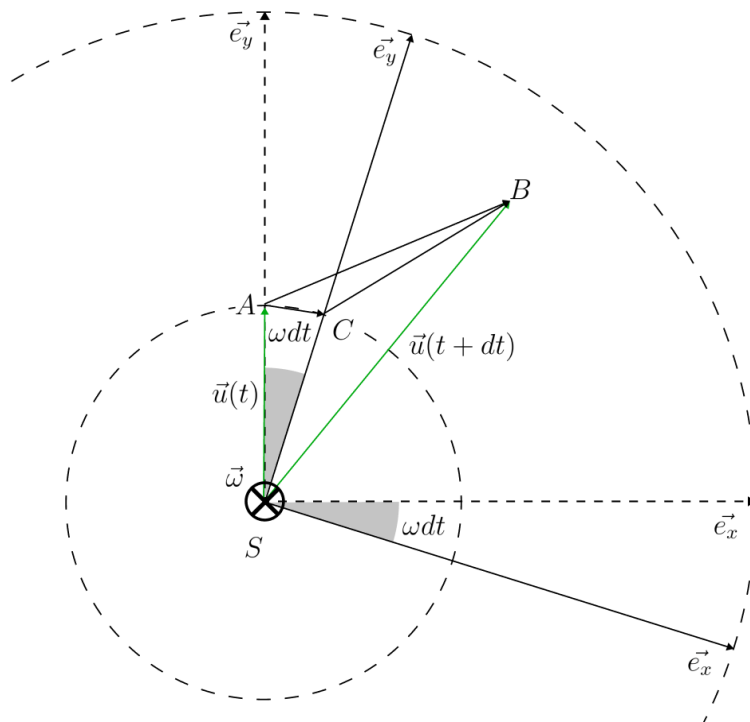
Ответ выразите через $\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$, $\frac{d^2\vec{R}_s}{dt^2}$

Понятно, что, т.к. система S вращается, выражения для скорости и ускорения точки A относительно **точки S** и **системы отсчета S** будут разными.

Рассмотрим вектор \vec{u} с началом в точке S . Будем обозначать его производную относительно **точки S**

(в системе O) $\frac{d\vec{u}}{dt}$, а в **системе отсчета S** $\frac{\delta\vec{u}}{\delta t}$.

Пусть конец вектора \vec{u} переместился из точки A в точку B за время dt (в системе отсчета O) За это время система S повернулась (см. рис.)



(1.4) Почему $\frac{d\vec{u}}{dt} \neq \frac{\delta\vec{u}}{\delta t}$? Дайте объяснение.

(1.5) Как обозначен отрезок $\delta\vec{u}$ на рисунке? Ответ - буквенное обозначение отрезка.

(1.6) Получите выражение для отрезка AC . Ответ выразите через $\vec{\omega}$, \vec{u} , dt

(1.7) Получите выражение для производной $\frac{d\vec{u}}{dt}$. Ответ выразите через $\frac{\delta\vec{u}}{\delta t}$, $\vec{\omega}$, \vec{u} .

Теперь вернемся к ИСО O и НСО S .

Очевидные подсказки для дальнейшего решения:

- 1) Радиус вектор можно считать вектором с началом в системе отсчета.
- 2) Скорость можно считать вектором с началом в системе отсчета.
- 3) Используйте результаты предыдущих пунктов.

(1.8) Получите выражение для $\frac{d\vec{R}}{dt}$. Ответ выразите через $\frac{d\vec{R}_s}{dt}$, $\frac{\delta\vec{r}}{\delta t}$, \vec{r} , $\vec{\omega}$

(1.9) Получите выражение для $\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$. Ответ выразите через $\frac{d^2\vec{R}_s}{dt^2}$, $\frac{\delta^2\vec{r}}{\delta t^2}$, \vec{r} , $\vec{\omega}$, $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Часть 2. Силы инерции.

Вспоминая Второй закон Ньютона, можно записать:

$$\vec{F} = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$$

Из результата Части 1 и Второго закона Ньютона прямо следует переход из ИСО в НСО:

$$\vec{F} - m \frac{d\vec{V}}{dt} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v} - m\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}] - m \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} = m\vec{a}$$

Где \vec{a} - ускорение точки в НСО.

Кратко запишите ответы на следующие вопросы:

(2.1) Что в равенстве выше означает \vec{F} .

(2.2) Что в равенстве выше означает \vec{r} .

(2.3) Что в равенстве выше означает \vec{v} .

(2.4) Что в равенстве выше означает \vec{V} .

(2.5) Что в равенстве выше означает $\vec{\omega}$.

(2.6) Покажите, что $-m\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times \vec{r}] = \omega^2 r_{\perp} \vec{r}_{\perp}$, где r_{\perp} - составляющая радиус-вектора, перпендикулярная вектору $\vec{\omega}$.

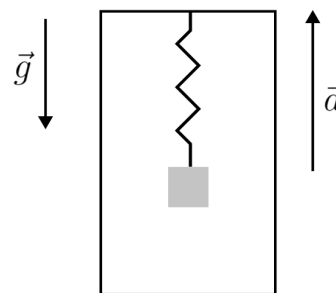
(2.7) Что такое силы инерции? Какова природа этих сил?

- $-m \frac{d\vec{V}}{dt}$ - называется **поступательной** силой инерции.
- $- \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}$ - называется **вращательной** силой инерции.
- $m\omega^2 r_{\perp}$ - называется **центробежной** силой.
- $-2m\vec{\omega} \times \vec{v}$ - называется силой **Кориолиса**.

Т.е. чтобы решать задачу в НСО, нужно к обычным силам ИСО добавить силы инерции, указанные выше. В подавляющем большинстве случаев из четырех сил инерции остается одна-две.

Часть 3.1 Лифт.

Ускоряющийся лифт - отличный пример НСО. Пусть лифт ускоряется с ускорением \vec{a} . К потолку лифта подвешен груз массой m с помощью пружины жесткостью k . Выберем НСО, движущуюся с ускорением \vec{a} (лифт в ней покоится). Выберем покоящуюся ИСО (лифт в ней движется с ускорением).



(3.1.1) Найдите растяжение пружины. Решайте задачу в ИСО. Ответ выразите через m, g, a, k

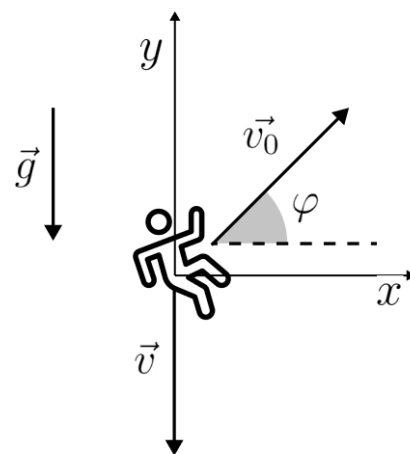
(3.1.2) Какая(-ие) силы появляется(-ются) в НСО. Запишите в ответ название(-я) сил(-ы).

(3.1.3) Найдите растяжение пружины. Решайте задачу в НСО. Ответ выразите через m, g, a, k

(3.1.4) Совпадают ли ответы пунктов (3.1.1) и (3.1.3)?

Часть 3.2 Свободное падение.

Свободно падающий человек бросает очень легкий камень со скоростью \vec{v}_0 **относительно себя** под углом φ к горизонту. Масса камня m . (см. рис.) Требуется найти расстояние между камнем и человеком через время τ . Скорость человека относительно ИСО в момент броска равна \vec{v} .



Решаем задачу в ИСО, которую совместим с человеком в начальный момент времени (см. рис.).

(3.2.0) Какие проекции u_x, u_y скорости будут у человека относительно ИСО в момент броска. Ответ выразите через v

(3.2.1) Какие проекции v_x, v_y скорости будет у камня относительно ИСО в момент броска. Ответ выразите через v, v_0, φ

(3.2.2) Какая сила будет действовать на человека и камень в ИСО? Найдите ускорения человека и камня.

(3.2.3) Найдите координаты человека X, Y и камня x, y в момент времени τ . Ответ выразите через v, v_0, φ, τ

(3.2.4) Найдите расстояние между камнем и человеком через время τ . Ответ выразите через v_o, τ .

Решаем задачу в НСО, которую совместим с человеком.

(3.2.5) С каким ускорением движется НСО? Какие силы инерции проявляются? Какова траектория камня в этой НСО?

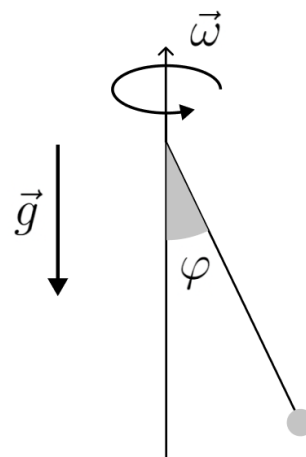
(3.2.6) Найдите расстояние между камнем и человеком через время τ . Ответ выразите через v_o, τ .

Часть 3.3 Вращение.

На тонкой невесомой нити длиной l закреплён шарик массой m . Вся система вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Решаем задачу в НСО, вращающуюся с угловой скоростью $\vec{\omega}$.

(3.3.1) Какая(-ие) силы появляется(-ются) в НСО. Запишите в ответ название(-я) сил(-ы). Покоится ли в данной НСО шарик?

(3.3.2) Найдите равновесный угол φ . Ответ выразите через l, ω, g, m .



Математические подсказки:

$$\vec{a} \times [\vec{b} \times \vec{c}] = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{r} = r_{\perp} + r_{\parallel}$$